

## リスク計測手法の新展開

～コピュラとポートフォリオ管理～

### 目次

- I. はじめに
- II. ヘッジファンドのリターン・リスク特性
- III. 今後の可能性：コピュラの利用
- IV. まとめ

投資企画部 小栗 源吾

### I. はじめに

金融資産を保有していると、さまざまなリスクと付き合うことになる。証券の価格変動に伴う市場リスクや信用リスクなどである。これらのリスクに対して金融実務では定量的・定性的に管理を行なうことが必要となる。定量的なリスク管理を行なう場合、最もポピュラーな計測手段として、資産の収益率分布に正規分布を仮定する統計的手法がある。この手法は理解し易く汎用性がある一方で、近年リスク計測をする上では問題点が指摘されるようになってきた。これは1990年代以降デリバティブ資産やヘッジファンドへの投資が増え、その特殊性を無視できなくなってきたことによるものである。

先行研究によるとデリバティブ資産やヘッジファンドは株式や債券といった伝統的資産とは異なる固有の特性があり、従来のリスク計測が役に立たない場合があることが分かっている。この伝統的リスク計測の限界という問題点の源泉について [1]Helyete Geman と Cecile Kharoubi (2004) は次の3つを挙げている<sup>1</sup>。

- ① 取得できるデータにバイアスがある（データの脆弱性）
- ② リターンの非正規性（リターンが正規分布とかけ離れている。ファットテイル性）
- ③ 非線形的に依存するリスク（線形相関では測定できないリスクがある）

本稿では前半部分で、これら問題点に関してヘッジファンド・インデックスデータを例にそのリスク・リターンの特性を統計的に検証し、伝統的資産とのリターン分布の形状の違いを確認する。後半部分では今後の展望としてコピュラ（copula）と呼ばれる資産間の依存性を決定する新しい概念を取り入れたリスク計測手法を紹介する。

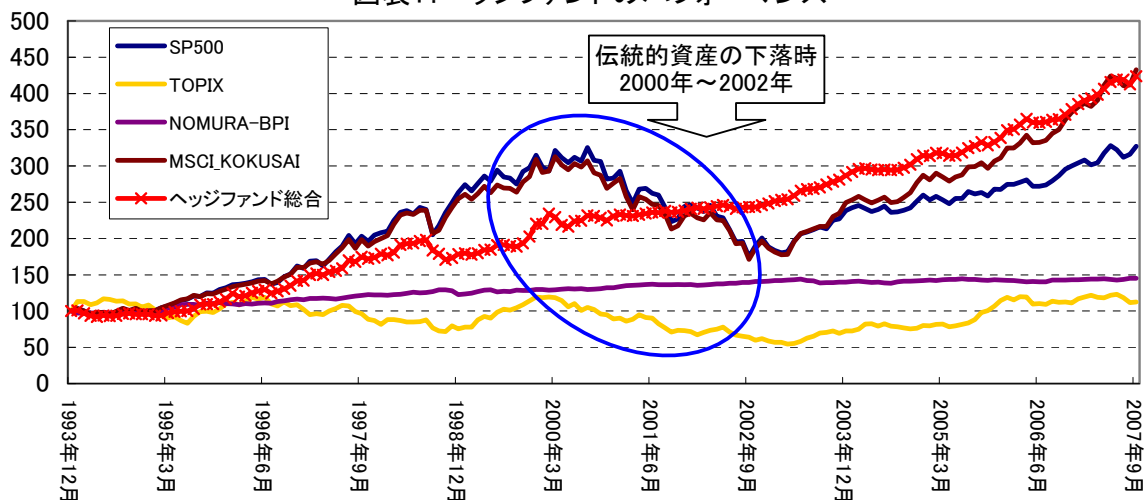
<sup>1</sup> [1] 「Hedge Funds : A Copula Approach for Risk Management」(2004)を参照

## Ⅱ. ヘッジファンドのリターン・リスク特性

### 1. ヘッジファンドのパフォーマンス

ヘッジファンドと聞いて何を思い浮かべるであろうか。もちろん商品の内容等によって千差万別であるが、一般的に「魅力的なリターンが得られるのではないか？」とか、過去のLTCMの破綻やサブプライム問題の経験から「何かあったとき思いもよらない大きな損害を被るのではないか？」というようなイメージがあると思われる。では実際の過去のパフォーマンスはどうであったか。

図表1:ヘッジファンドのパフォーマンス



データ： BloombergよりCSFB/トレモントのヘッジファンド総合指数を取得  
出所： 三菱UFJ信託銀行作成

図表1は1993年12月末を100として2007年9月末までのヘッジファンド総合指数（CSFB/トレモント）と伝統的資産（S&P500、TOPIX、NOMURA-BPI、MSCI-KOKUSAI）の指数の推移を表した図である。両者の大きな違いは2000年から2002年にかけて世界的に伝統的資産が低迷する中で、ヘッジファンドのパフォーマンスは大きくマイナスにならずに推移してきたことである。

また1990年代以降、世界の金融市場ではマーケットを揺るがす数々のイベントがあった。代表的なものだけでもLTCMの破綻・ロシア危機（1998年）、ITバブルの崩壊・同時多発テロ（2000年～2001年）、サブプライム問題（2007年）等が挙げられる<sup>2</sup>。図表

<sup>2</sup> 2007年の夏にかけて米国市場中心に起こったサブプライム・ショックの余韻は2008年以降も依然残っているが、本稿では市場急落という意味で2007年7月～8月の期間を指定した。

2 は 1990 年代以降で伝統的資産が大きく下落したイベント時における各種ヘッジファンド・インデックスの騰落率を比較したものである。1998 年の LTCM 破綻時には多くのヘッジファンドのパフォーマンスが悪化した。エマージングやグローバル・マクロは3ヵ月で20%を超えるマイナスであり、伝統的資産と比較しても大きなマイナスであった。一方マーケット・ニュートラルは当該期間においてもプラスを維持している。次に 2000 年から 2001 年にかけての IT バブルの崩壊時には S&P500 が-30.54%と下落する中、ロングショートやエマージングを除いたファンドはプラスのパフォーマンスを計上している。当該期間は伝統的資産とヘッジファンドのパフォーマンスに大きく差が出た時期であり、これ以降世界的にヘッジファンド投資が本格化するターニングポイントであったと思われる。

図表2: マーケット・イベント時のリターン

マーケット・イベント		LTCMの破綻・ ロシア危機	ITバブルの崩壊・ 同時多発テロ	サブプライム問題
インデックス		98年8月-98年10月	00年4月-01年9月	07年7月-07年8月
資 統 的	TOPIX	-17.94%	-40.01%	-9.39%
	SP500	-1.96%	-30.54%	-1.95%
	MSCI KOKUSAI	-4.27%	-31.93%	-2.13%
	NOMURA-BPI	2.85%	5.30%	1.56%
ヘ ッ ジ フ ア ン ド	ヘッジファンド総合	-13.81%	2.89%	-1.53%
	CBアービトラージ	-12.03%	28.44%	-2.19%
	ショート・バイアス	6.47%	43.70%	5.92%
	エマージング	-27.53%	-16.59%	0.12%
	マーケットニュートラル	2.56%	18.52%	0.01%
	イベント・ドリブン	-13.82%	11.90%	-0.93%
	フィクス・インカム・アービトラージ	-11.75%	12.06%	-2.81%
	グローバル・マクロ	-20.14%	28.75%	0.34%
	ロング・ショート	-6.76%	-9.72%	-2.06%
	マネージド・フューチャーズ	18.92%	13.91%	-9.18%
	マルチ・ストラテジー	-3.11%	9.67%	-1.65%
	破綻証券	-12.94%	15.51%	-1.97%
	イベント・ドリブン・マルチ・ストラテジー	-15.50%	9.50%	-0.27%
	リスク・アービトラージ	-4.52%	15.14%	-0.23%

データ: BloombergよりCSFB/トレモントのヘッジファンド指数を取得  
出所: 三菱UFJ信託銀行作成

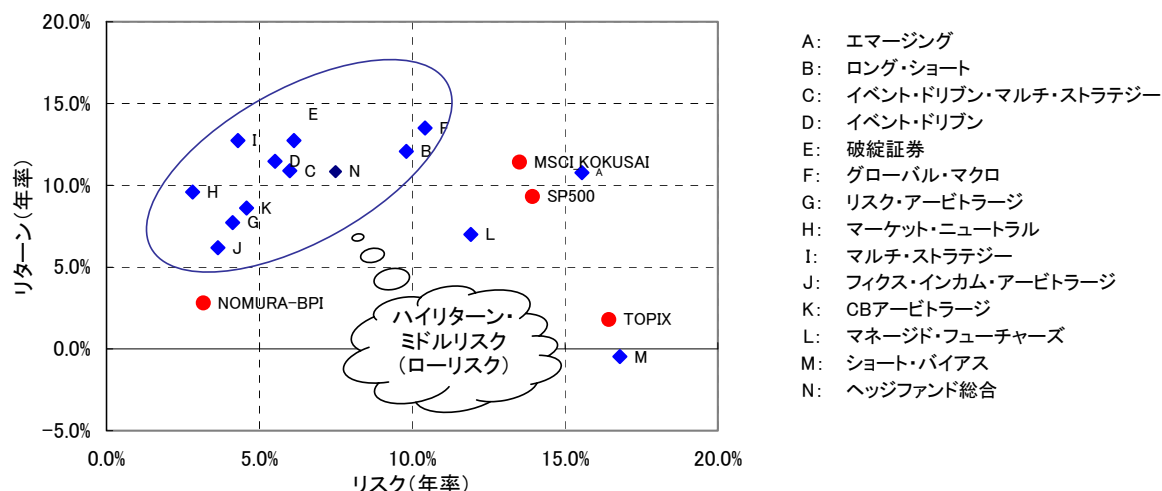
## 2. ヘッジファンドのリスク

次にヘッジファンドのリスク（ボラティリティ：変動率の大きさ）について考えてみる。図表3は伝統的資産と各ヘッジファンド指標の月次騰落率から年率リターンと年率リスク（ボラティリティ）をプロットしたものである。（期間は1994年1月から2007年10月までを使用）

これによるとリターンは伝統的資産の株式よりも高水準である一方、リスク対比でも株式より債券クラスに近い低～中ボラティリティを示していることが分かる。また個別

のインデックスを見てみるとマルチ・ストラテジー（点 I）などは MSCI-KOKUSAI や S&P500 と比較しても平均リターン 10%超程度のパフォーマンスであるが、リスクが 5%以下と非常に低リスクなことが分かる。また同じショート・ポジションを構築するロング・ショート（点 B）とマーケット・ニュートラル（点 H）を比較すると、双方ともリターンは平均して 10%前後であるがリスクについては倍以上の差があることが確認できる。いずれにせよ伝統的資産と比較してハイリターン・ミドル（またはロー）リスクというヘッジファンドの特性は投資家にとって非常に魅力的な商品となるであろう。

図表3:リターンとリスク



データ: BloombergよりCSFB/トレモントのヘッジファンド指数を取得(1994年1月~2007年10月)  
出所: 三菱UFJ信託銀行作成

### 3. VaR (バリュー・アット・リスク)とファットテイル

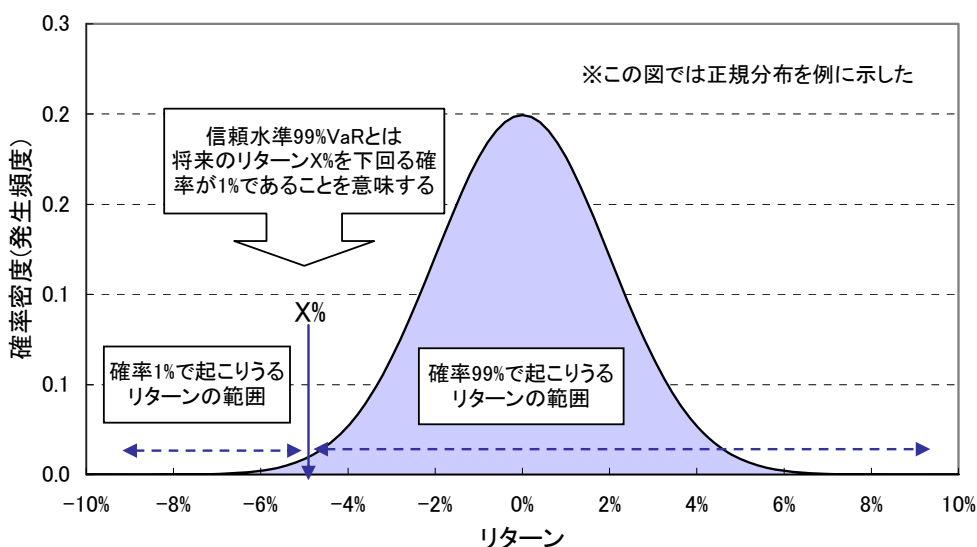
金融資産のリスク管理をする上で重要なことは対象となる資産またはポートフォリオのリスク・リターン特性を把握し、適切な手法を用いてリスクを定量化することである。これはヘッジファンドに対しても例外ではない。

金融実務で最もなじみがあるリスク測度は標準偏差と VaR (バリュー・アット・リスク: 以後 VaR)である。標準偏差は散らばり (偏差) 度合いを表すリスク指標であり、VaR はある将来の一定の期間内に一定の確率 (通常実務では 1%、5%の確率を使うことが多い) で起こりうる損失リスク X を表す統計的指標である (図表 4 参照)。VaR による最もポピュラーな手法は、将来のリターンが正規分布に従うと仮定し<sup>3</sup>、その発生確率が 1% (もしくは

<sup>3</sup> 正規分布とは統計学上の標準的な分布のこと。分布のグラフは左右対称の釣鐘のような形 (図表 4) となる。

は5%)の周辺部分、いわゆる「分布の裾」<sup>4</sup>と呼ばれる部分(図表4では釣鐘型の分布の下方の広がり)に着目する。すなわち、現在から将来時点の間に稀ではあるが起こりうる損失リスクを定量的に把握することである<sup>5</sup>。

図表4: VaR (バリュー・アット・リスク)



出所: 三菱UFJ信託銀行作成

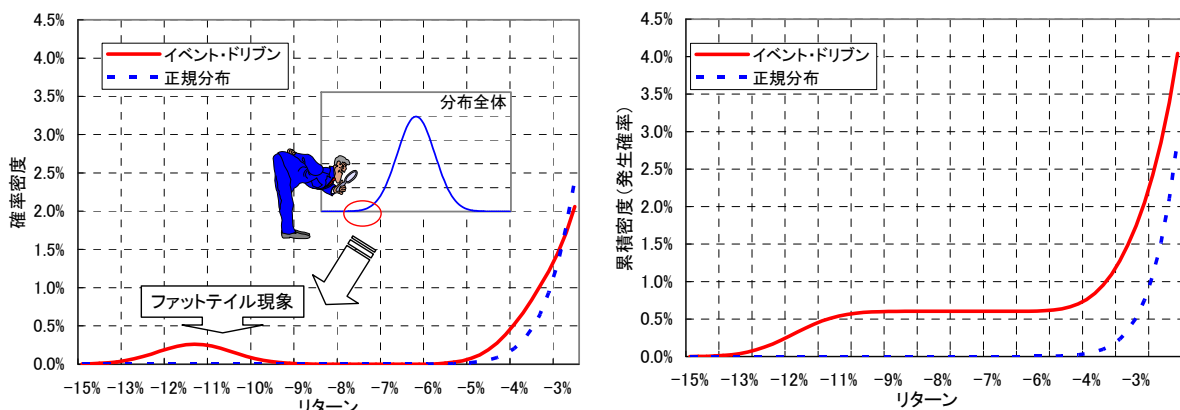
本項では正規分布を仮定したリスク管理手法がヘッジファンドに対してうまく適用できるか考えてみる。一般的にヘッジファンドは伝統的資産とは違いショート・ポジション(売建て)やデリバティブ等の派生商品を内包した運用を行うものが多く、リターン分布は伝統的資産のそれと大きく異なる分布と言われている。特にファットテイルと呼ばれる分布の裾が正規分布より厚くなる傾向が指摘されている<sup>5</sup>。図表5の左図はイベント・ドリブンと呼ばれる企業の合併・買収といった活動に注目したヘッジファンド戦略の月次リターンの分布(実線)と、正規分布(点線)の裾部分を比較したものである。また右図はリターンの発生確率を過去のデータから推定したものである。まず左図を見ると分布(実線)の裾部分が厚くなるファットテイルが確認できる。すなわち実際のデータにおいては過去に月次でおよそ-11%から-13%の下落があったにもかかわらず、正規分布ではそのような極端な

<sup>4</sup> 一般的に「分布の裾」とは100歳以上の割合や、年収いくら以上の人の割合といったある値以上(以下)をとる確率のことである。稀ではあるが起こりうる事象の統計的表現である。

<sup>5</sup> VaRの算出方法は多数ある。代表的な手法を紹介すると正規分布を仮定する「分散共分散法」と正規分布を仮定しない「ヒストリカル法」や「モンテカルロ法」などがある。(それぞれの手法の詳細は本稿では省略する)

下落は認識されない。また右図は横軸にリターンをとり、縦軸にはそのリターンが発生する確率（累積密度）を推定したものである。ここで実際の過去のデータから推定される分布の場合（実線）では-4%の損失が発生する確率を約 0.50%~0.75%と見積もるが、正規分布を仮定した場合（点線）ではほぼ 0%としてしまう。このように点線のような正規分布を仮定した VaR でリスク管理を行うと、分布の下方部分における推定損失リスクを過小評価する恐れがある。

図表5: ファットテイル現象



データ: BloombergよりCSFB/トレモントのヘッジファンド指数を取得(1994年1月~2007年10月)  
出所: 三菱UFJ信託銀行作成

他のヘッジファンド商品の分布特性を調べるために図表 6 に伝統的インデックスと各種ヘッジファンド・インデックスの月次リターンをサンプルデータ (1994 年 1 月~2007 年 10 月) としたリターンの基本統計量 (平均値・標準偏差・最大値・最小値・歪度・尖度・JB 値) を表示した<sup>6</sup>。一般的に歪度がマイナスで尖度が 3 以上、JB 値が 6 以上であると正規分布より裾が厚い形状 (ファットテイル) を表し過剰損失のリスクを含むと考えられる。まず JB 値を見ると伝統的インデックスである TOPIX、S&P500、MSCI 総合はそのリターン分布が正規分布に近い形状であることが分かる。一方でヘッジファンド・インデックスにおいてはマネー・フューチャーズとマーケット・ニュートラルを除くすべてのインデックスが正規分布とは異なる分布形状をとることが確認できる。また多くのヘッジファンドは歪度がマイナスとなっており、分布が右側に偏った左右非対称となっている。

このようにファットテイルな分布を持つ各種ヘッジファンドもしくはヘッジファンドを組

<sup>6</sup> 歪度 (わいど) とは分布の左右対照性 (歪み) を表す指標であり、尖度 (せんど) とは分布の尖り具合を表す。標準正規分布の場合、歪度は 0 となり、尖度は 3 となる。また JB (Jarque-Bera) 値とは 1987 年に Jarque と Bera によって提唱された歪度と尖度を使用して正規性を検証する検定統計量であり、その値が 6 より小さい場合は正規分布に従うとする。

み入れたポートフォリオに対して、例えばそのリターン分布が正規分布と仮定した伝統的なリスク管理手法をそのまま適用することは十分でないと考えられる。

図表6:リターンの基本統計量

インデックス	平均 (年率)	標準偏差 (年率)	最大値	最小値	歪度	尖度	JB値	分布型
マネージド・フューチャーズ	7.11%	11.95%	9.95%	-9.35%	-0.00	3.19	0.07	正規分布 ↑ ↓ 非正規分布
TOPIX	2.20%	16.41%	13.19%	-12.33%	0.15	2.90	0.18	
マーケットニュートラル	9.61%	2.83%	3.26%	-1.15%	0.32	3.47	1.20	
SP500	9.69%	13.91%	9.67%	-14.58%	-0.62	3.93	4.49	
MSCI KOKUSAI	11.80%	13.48%	9.84%	-13.53%	-0.72	4.14	6.29	
ヘッジファンド総合	10.99%	7.49%	8.53%	-7.55%	0.07	5.55	12.23	
ショート・バイアス	-1.21%	16.62%	22.71%	-8.69%	0.86	5.24	14.94	
グローバル・マクロ	13.60%	10.45%	10.60%	-11.55%	0.02	6.39	21.54	
マルチ・ストラテジー	9.69%	4.28%	3.61%	-4.76%	-1.17	6.20	28.75	
ロング・ショート	12.28%	9.81%	13.01%	-11.43%	0.19	7.17	32.84	
CBアービトラージ	8.77%	4.56%	3.57%	-4.68%	-1.35	6.32	34.32	
エマージング	10.97%	15.58%	16.42%	-23.03%	-0.74	8.18	54.34	
リスク・アービトラージ	7.84%	4.12%	3.81%	-6.15%	-1.09	9.25	82.17	
イベント・ドリブン・マルチ・ストラテジー	11.10%	5.97%	4.66%	-11.52%	-2.41	19.07	527.48	
フィクス・インカム・アービトラージ	6.24%	3.65%	2.05%	-6.96%	-2.97	18.89	539.44	
破綻証券	12.91%	6.12%	4.10%	-12.45%	-2.94	23.09	821.98	
イベント・ドリブン	11.66%	5.49%	3.68%	-11.77%	-3.37	27.46	1,206.98	

データ: BloombergよりCSFB/トレモントのヘッジファンド指数を取得(1994年1月~2007年10月)  
出所: 三菱UFJ信託銀行作成

#### 4. ポートフォリオ内の依存関係

これまで単一のヘッジファンド・インデックスのリターン分布が正規分布に従わない傾向が強いことを過去のリターンデータを用いて統計的に検証して確認した。次にヘッジファンドを組入れたポートフォリオのリスクについて考えてみたい。

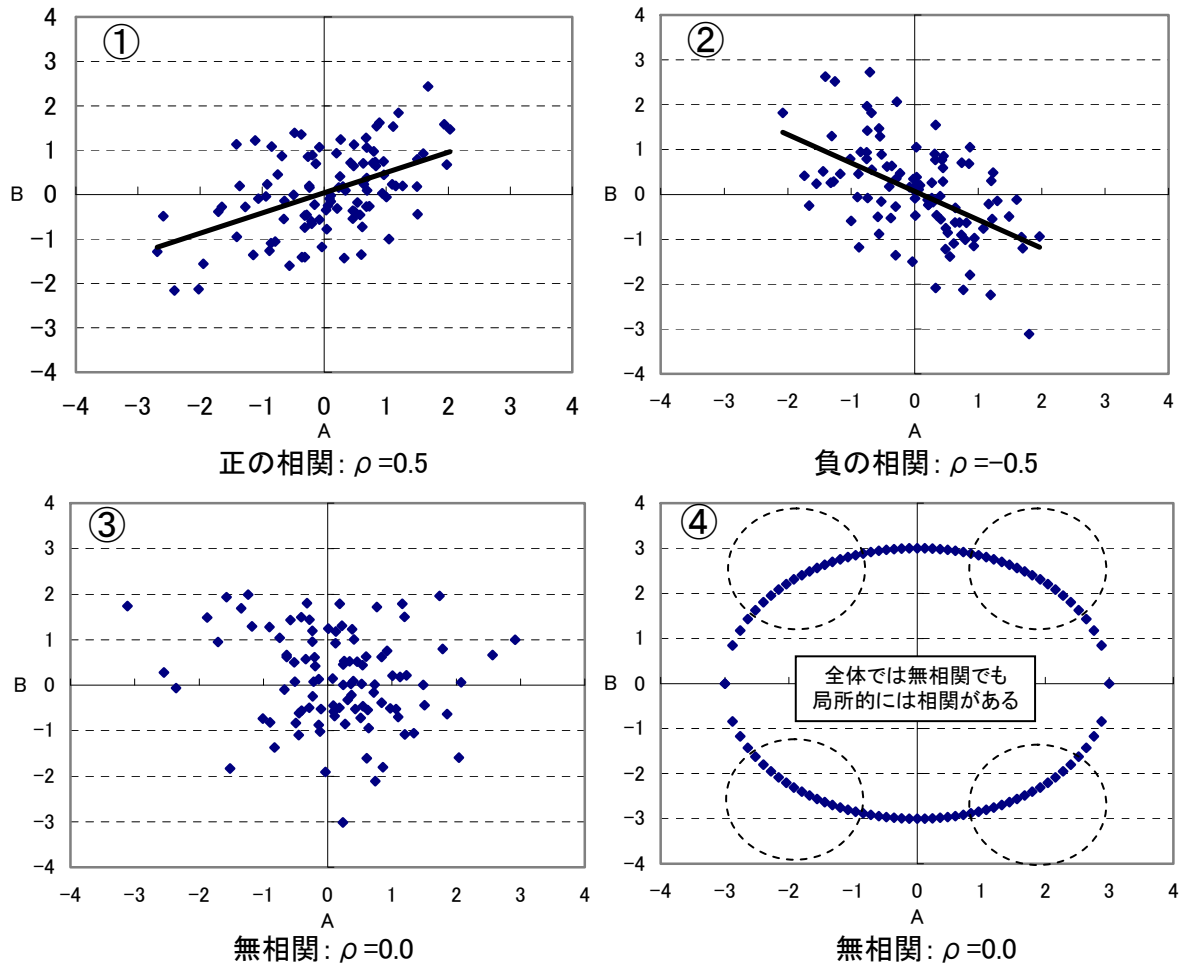
「現代ポートフォリオ理論」に代表される 1952 年に提唱されたハリー・マーコヴィッツの平均=分散分析では、ポートフォリオ内の個々の銘柄の収益率の線形な関係を線形相関(相関係数)で表現している。線形相関とは各変量の「データの値そのものの依存関係」に基づいており、線形な関係にある依存性だけを測っている<sup>7</sup>。線形な関係とは「Aが増加(減少)すればBも増加(減少)する。(正の相関)」または「Aが増加(減少)すればBは減少(増加)する。(負の相関)」というような関係のことをいう。

図表7は2変数(AとB)間の関係をプロットしたものである。①と②にはそれぞれ線形関係があることが分かる(①②の直線はプロット点の関係から導かれる近似線である)。また③はAとBに線形な関係がない状態を表している(無相関)。一方で④ではプロットされたAとBの間には図的に何らかの関連性があるように思われるが、線形相関係数( $\rho$ )はゼロとなっており、数字上ではAとBには何ら関係性も認められないと判断してしまう。すなわち線形相関係数では非線形(線形の関係にない状態)な依存関係を必ずしも適切に

<sup>7</sup>正式には「ピアソンの線形相関」という。また別の指標として「スピアマンの順位相関」や「ケンドールの順位相関」というものがある。順位相関とはデータの「値」ではなく「順位」に基づいた相関を意味する。

表現することはできないということである。

図表7:線形な関係とは



出所: 三菱UFJ信託銀行作成

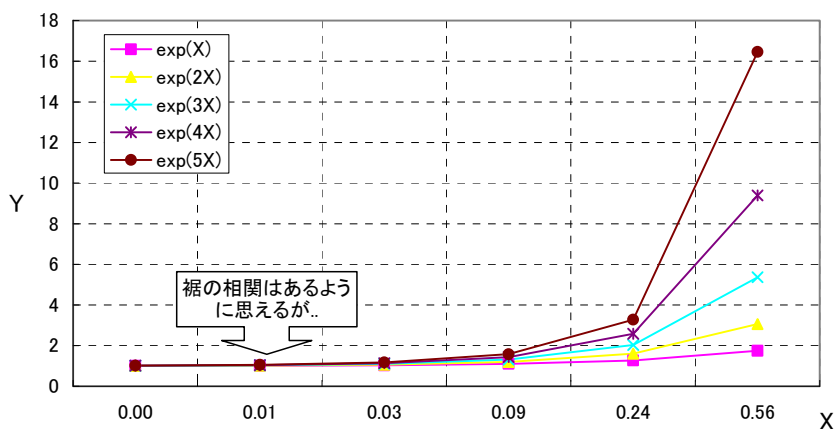
また、前述の通り VaR では分布の裾部分の依存関係が重要となり、全体のみならず局所的な依存関係にも着目する必要がある。具体的には④は分布全体では線形相関がほぼゼロであったが、局所的に第 2 象限 ( $A<0, B>0$ ) をみてみると、その相関係数は約 0.90 と A と B の間には非常に高い正の相関が確認できる。このように分布の依存度合いはそれぞれの分布の場所によって異なるということを認識しなければならない。

さらに分布の裾の依存関係について簡単な例を示す。正規分布に従う変数を X とし、5 つの指数関数  $Y_i=\exp(iX)$  ( $i=1, \dots, 5$ ) を考える。図表 8 の上図はこれら 5 つの曲線推移の裾部分をピックアップしてプロットしたものであり、下図は  $Y_1=\exp(X)$  ( $i=1$ ) と 5 つの曲線 ( $i=1, \dots, 5$ ) との線形相関係数と順位相関係数を表したものである。これを見ると明らかに分布



の裾部分には依存関係があるように思えるが、それぞれの線形相関係数では非常に小さな値になっており依存関係が認められない場合も確認できる。一方、データの値そのものではなくデータの順位の相関を表す順位相関係数（スピアマンの順位相関）はそれぞれの場合において1となり正の相関が認められる。この結果は変量間の線形相関で表される分布全体での依存度合いが必ずしも分布の裾部分の依存度合いと同じになるとは限らないことを意味している。

図表8: 非線形な関係と線形相関係数



Y1=exp(X)とYi=exp(iX)との相関係数 (i=1,...,5)

i	1	2	3	4	5
線形相関係数	1.00	0.67	0.16	0.01	0.00
順位相関係数	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00

※順位相関係数はスピアマンの順位相関係数を使用  
出所：三菱UFJ信託銀行作成

こういった例を踏まえると各資産を一律に線形相関で組み合わせた場合、ポートフォリオ内の局所的な依存関係を正確には測定できないことが想定される（非線形リスク）。特にヘッジファンドのように伝統的資産と異なる分布形態を組入れたポートフォリオのリスク（本稿では VaR）を正確に評価できない場合があるので十分な注意が必要である。

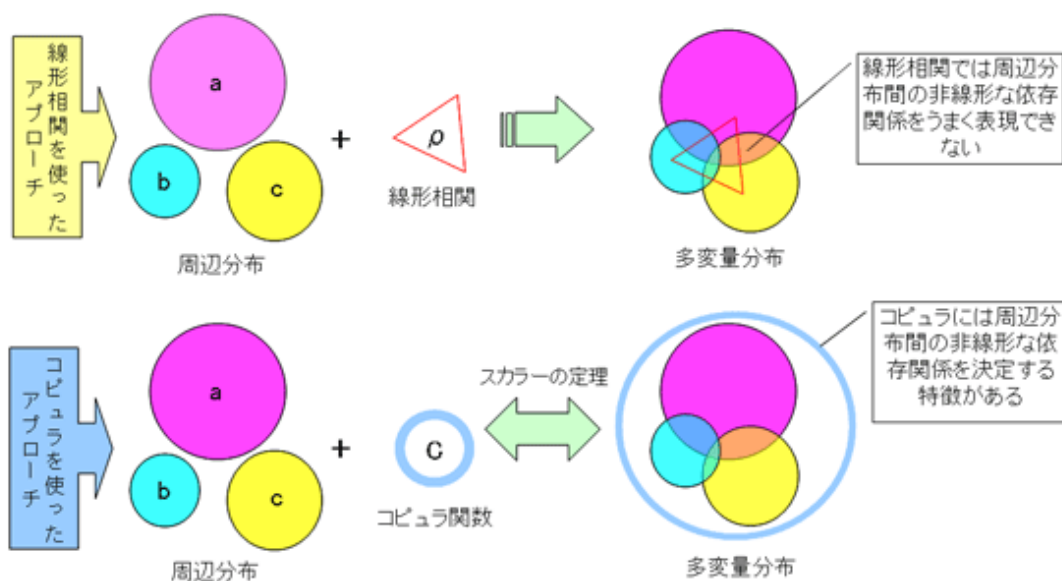
### Ⅲ. 今後の可能性 ～コンピュータの利用～

前章では個別のヘッジファンド・インデックスを用いて、それぞれの分布の非正規性を確認した。またヘッジファンドのような歪（いびつ）な分布を持つ資産を組入れたポートフォリオには非線形に依存し合うリスクが存在し、線形相関（相関係数）に基づいた表現では非線形リスクを必ずしも適確に把握することができないことを示唆した。すなわちポートフォリオ分布の裾部分における各資産の非線形な依存関係をうまく表現できない問題点がある。これは定量的なリスク計測において、重要な問題であると考えられる。こういった問題点に関して、本章では近年信用リスク分野等の金融実務で注目されている「コピュラ」という概念に基づき、例としてヘッジファンドやデリバティブ資産のような非線形なリスクを内包する商品に対してリスク評価の応用例を簡単に紹介する。

#### 1. コピュラとは

コピュラとはもともとラテン語で「連結（copula）」の意味を表す言葉であり、数学の世界ではその名の由来通り線形相関では見落とされがちな周辺分布間（各資産の分布）の依存関係を決定し、かつ周辺分布を組み合わせた同時分布（ポートフォリオ全体の分布）を表現するための関数である。そして分布間の依存関係を表す場合には線形相関（相関係数）よりも汎用性が高い。図表9はコピュラに関する直感的なイメージ図である。（図表9は数学的な厳密性を満たしていない。あくまでもコピュラ概念のイメージ図である。）

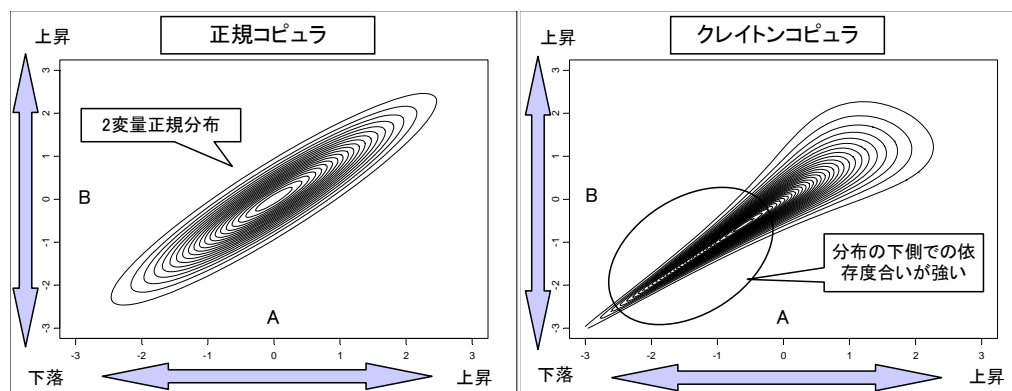
図表9: コピュラのイメージ



出所: 三菱UFJ信託銀行作成

コピュラには多くの種類ある。図表 10 は代表的な 2 つの異なるコピュラによって推定された 2 資産 (A・B) のリターンの依存度合いを示した図である (等高線の内側ほど依存度合いが高いことを意味している)。

図表10: 各コピュラによって推定したリターンの依存度合いの特徴



出所: 三菱UFJ信託銀行作成

まず左図の正規コピュラは正規分布と同じ依存構造を持つコピュラである。これを見ると分布の中央では両者の依存関係は強くなるが、分布の裾側にいくほど依存関係が弱くなるのが分かる。一方、右図のクレイトンコピュラは分布の下側に強い依存関係を示す。これは例えば 2 資産のポートフォリオの中で一方の資産が下落した時に、もう一方の資産も同じく下落する確率が起こりやすい依存関係を考慮した分布を意味する (各コピュラ関数の詳細は巻末の補論を参照)。よってリスク分析をする際には評価対象であるポートフォリオの特性にあったコピュラを選択し、それに基づいたポートフォリオの分布を推定する必要がある。

## 2. リスク計測への利用 (シミュレーション)

ここでは伝統的資産とヘッジファンドを組入れたポートフォリオにつき、従来の線形相関による正規分布を仮定した分布から求められる VaR と、クレイトンコピュラを用いて推定した VaR を比較してみる<sup>8</sup> (結果は図表 11 を参照)。

<sup>8</sup> シミュレーションの前提は以下の通り

- ① 分析対象：
  - ・ 伝統的資産 S&P500 と各ヘッジファンドで構成された仮想 2 資産ポートフォリオ
  - ・ ポートフォリオ内の構成比率は S&P500:各ヘッジファンド=25%:75%の割合で保有する
- ② 比較対象：
  - ・ 周辺分布とポートフォリオが共に正規分布に従うと仮定した場合 (分散共分散法)
  - ・ 周辺分布間の依存関係を各コピュラで推定した場合 (モンテカルロ法)

図表11: VaR(バリュー・アット・リスク)の測定結果

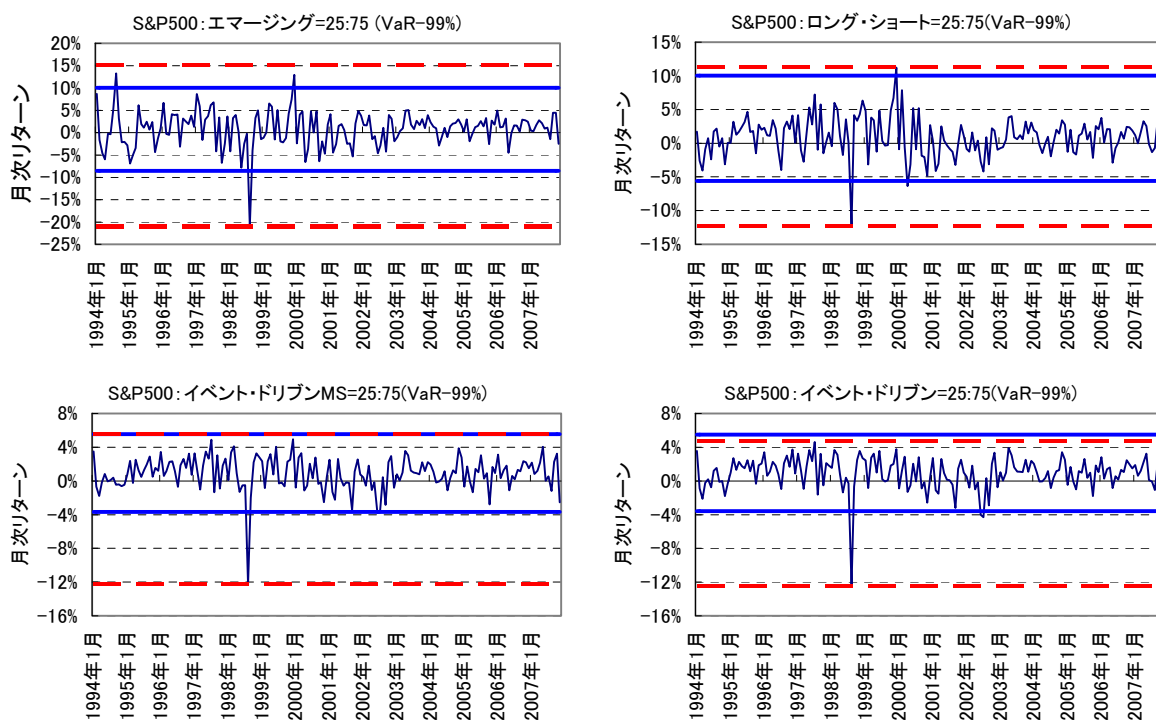
ポートフォリオ-(25%:75%)		99%-VaR (推定リターン)	
伝統的資産	ヘッジファンド	正規分布	クレイトンコピュラ
S&P500	エマージング	-8.53%	-20.91%
S&P500	ロング・ショート	-5.62%	-12.22%
S&P500	イベント・ドリブンMS※	-3.67%	-12.29%
S&P500	イベント・ドリブン	-3.58%	-12.48%
S&P500	破綻証券	-3.82%	-12.99%
S&P500	マーケットニュートラル	-2.28%	-4.50%

※イベント・ドリブン・マルチストラテジーの略

データ: BloombergよりCSFB/トレモントのヘッジファンド指数を取得(1994年1月~2007年11月)

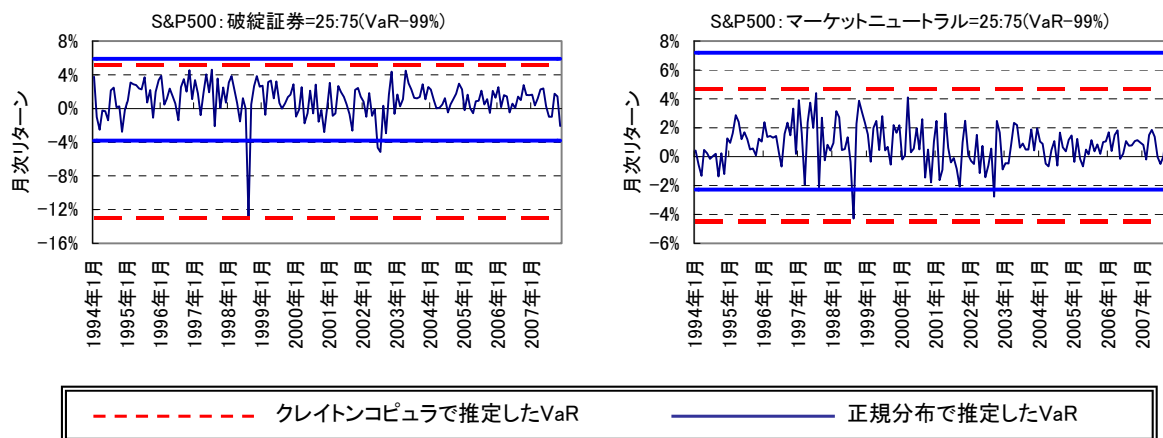
出所: 三菱UFJ信託銀行作成

図表12: 推定VaR(99%)と過去の実績リターンの比較



(次頁へ続く)

- ③ コピュラ: クレイトンコピュラ
- ④ モンテカルロ・シミュレーション回数: 10,000回
- ⑤ VaRの信頼水準: 99%



データ: BloombergよりCSFB/トレモントのヘッジファンド指数を取得(1994年1月~2007年11月)  
 出所: 三菱UFJ信託銀行作成

図表 11 よりクレイトンコピュラを用いた VaR の推定値は、正規分布を仮定した結果よりも損失リスクを大きく評価する結果となった。また図表 12 は推定した 2 つの VaR と過去の月次実績リターンを比較したものである。実線は正規分布を仮定した VaR で点線がクレイトンコピュラを用いて推定した VaR である。これをみるとクレイトンコピュラを利用した場合には、いずれのポートフォリオにおいても過去の 1998 年の大幅下落のリスクを汲み取っていることが分かる。

以上は前提を置いたうえでの簡単な実証例の一部であるが、今後コピュラを利用する上での課題・難しさをまとめる。まずコピュラの選択問題がある。前述したとおり選択するコピュラによって、リスク評価対象であるポートフォリオの推定分布は大きく異なることが分かっている。厳密には使用するデータの長さや構成資産の特徴等を詳細に検討し、目的に応じた選択が必要と考えられる<sup>9</sup>。また算出された VaR の推定精度を検証する必要がある。すなわちコピュラで推定された VaR が現実的に妥当かどうか、過去の様々なデータを使ってバックテスト等を行い検証することにより、実務への利用の可能性を探ることが今後の課題となるであろう。

#### IV. まとめ

本稿では前半部分においてヘッジファンドのインデックス・データを用いて、そのリターン・リスク特性を統計的に検証した。その結果、伝統的資産に比べて多くヘッジファンドの

<sup>9</sup> [11] 戸坂・吉羽 (2005) は経験的な同時分布から、周辺分布と経験コピュラを推定し、経験コピュラとの相違を最小にするコピュラを選択する手法を用いている。

リターンの分布形状が正規分布とは異なる歪な非正規分布であることが分かった。またポートフォリオ内にこのような非線形な分布形態を持つヘッジファンドを組入れた場合、各資産間の依存関係が非線形となり、従来の正規分布を仮定するリスク管理手法では、市場の暴落時に想定される損失リスクを正確に評価できない恐れがあることを示唆した。こういった問題点に対して後半部分では、各資産間の非線形な依存関係を決定するコピュラという概念を用いて将来の損失を推定する手法を紹介した。結果的には推定された VaR の値は従来の正規分布を仮定した場合よりも損失リスクを大きくとり、ポートフォリオ内の各資産の下落時の依存関係を考慮した結果を得ることができたと思われる。

ヘッジファンドやデリバティブ資産は伝統的資産に比べて、定量的データや定性的情報が少なく取得が困難な場合が多い。よってリスク計測・評価という観点では難しい場合が多いと思われる。本稿ではヘッジファンドのインデックス・データを用いて分析を実施したが、現実には商品別のデータを取得・蓄積し、その特性にあった分析・リスク評価の実施が必要であろう。コピュラについては信用リスク分野における CDO 評価などのツールとして活用されており、今後も発展が期待される分野である。本稿で紹介した概念や手法が、何らかの役に立てれば幸いである。

世の中には万能な理論やモデルというもの存在しない。これは経済・金融の世界でも同じである。与えられた制約条件の中で最大限の努力をする姿勢が今後の発展につながってゆくはずである。今後もマーケットやリスクに対しては謙虚なれども挑戦し続けていかねばならないと考える。

(2008年1月23日記)

## 補論

- I. コピュラ関数と各資産の周辺分布には「スカラー (Sklar) の定理(1973)」と呼ばれる次の関係式が成り立つ。

$$F(x_1, \dots, x_n) = C(f_1(x_1), \dots, f_n(x_n))$$

左辺の F は多変量分布関数と呼ばれるものであり、本稿ではポートフォリオ全体の価値（またはリターン）の分布と捉えて差し支えない。また右辺の  $f_i(x_i)$  は周辺分布と呼ばれるポートフォリオを構成する各資産のそれぞれの分布を意味し、その値は区間 [0, 1] の一様分布で定義される。そして右辺の C がコピュラ関数である。すなわちスカラーの定理は多変量なポートフォリオ分布を、それを構成する各資産の分布である周辺分布とそれらの関連性を決定する依存構造とに分解することを意味する。

II. ここでは各コピュラの定義式を記載する。

正規コピュラ :  $C(u_1, \dots, u_n) = \Phi_n(\Phi^{-1}(u_1), \dots, \Phi^{-1}(u_n))$  ,  $\sigma$ : パラメータ

クレイトンコピュラ :  $C(u_1, \dots, u_n) = \left( \sum_{i=1}^n u_i - n + 1 \right)^{\frac{1}{\alpha}}$  ,  $\alpha$ : パラメータ

※  $\Phi$ : 標準正規分布関数

※  $u_n = [0,1]^n$  : 一様分布

## 参考文献

- [1] Helyette Geman and Cecile Kharoubi(2004) 「Hedge Hunds : A Copula Approach for Risk Management」 Risk measures for the 21st century by WILEY FINANCE
- [2] Jean-Fredric Jouanin, Gael Riboulet and Thierry Roncalli(2004) 「 Financial Applications of Copula Functions」 Risk measures for the 21st century by WILEY FINANCE
- [3] R.A.ベッカー, J.M.チェンバース, A.R ウィルクス (著) 渋谷正昭・柴田里程(訳) (1991)  
「S 言語 : データ解析とグラフィックスのためのプログラミング環境 II」 共立出版株式会社
- [4] ラース・イェーガー (著) みずほ信託銀行運用ソリューション室 (訳) (2005)  
「オルタナティブ投資のリスク管理」 東洋経済新報社
- [5] 浦谷規 (監修) 田畑吉雄 (著) (2004) 「リスク測度とポートフォリオ管理」 朝倉書店
- [6] 木島正明 (監修) 室町幸雄 (著) (2007) 「信用リスク計測と CDO の価格付け」 朝倉書店
- [7] 木島正明 (監修) 山下智志 (著) (2000) 「市場リスクの計量化と VaR」 朝倉書店
- [8] 興銀フィナンシャルテクノロジー(株)編(2001) 「金融工学・数理キーワード 60」  
社団法人金融財政事情研究会
- [9] 垂水共之・飯塚誠也 (著) (2006) 「R/S-PLUS による統計解析入門」 共立出版
- [10] 土屋敦 (著) (2003) 「コピュラによる依存関係のモデル化」 法政大学大学院修士論文
- [11] 戸坂凡展・吉羽要直(著)(2005) 「コピュラの金融実務での具体的な活用方法の解説」  
IMES DISCUSSION PAPER SERIES 日本銀行金融研究所
- [12] 森平爽一郎 (監修) 三菱信託銀行年金運用研究会 (編) 「 $\alpha$  の追求 : 資産運用の新戦略」  
社団法人金融財政事情研究会
- [13] 山内英貴 (著) (2006) 「オルタナティブ投資入門 : ヘッジファンドのすべて」  
東洋経済新報社
- [14] 吉藤茂 (著) (2005) 「金融工学とリスクマネジメント : 市場リスクを考える視点」  
社団法人金融財政事情研究会

## 本資料について

- 本資料は、お客さまに対する情報提供のみを目的としたものであり、弊社が特定の有価証券・取引や運用商品を推奨するものではありません。
- ここに記載されているデータ、意見等は弊社が公に入手可能な情報に基づき作成したのですが、その正確性、完全性、情報や意見の妥当性を保証するものではなく、また、当該データ、意見等を使用した結果についてもなんら保証するものではありません。
- 本資料に記載している見解等は本資料作成時における判断であり、経済環境の変化や相場変動、制度や税制等の変更によって予告なしに内容が変更されることがありますので、予めご了承下さい。
- 弊社はいかなる場合においても、本資料を提供した投資家ならびに直接間接を問わず本資料を当該投資家から受け取った第三者に対し、あらゆる直接的、特別な、または間接的な損害等について、賠償責任を負うものではなく、投資家の弊社に対する損害賠償請求権は明示的に放棄されていることを前提とします。
- 本資料の著作権は三菱 UFJ 信託銀行に属し、その目的を問わず無断で引用または複製することを禁じます。
- 本資料で紹介・引用している金融商品等につき弊社にてご投資いただく際には、各商品等に所定の手数料や諸経費等をご負担いただく場合があります。また、各商品等には相場変動等による損失を生じる恐れや解約に制限がある場合があります。なお、商品毎に手数料等およびリスクは異なりますので、当該商品の契約締結前交付書面や目論見書またはお客さま向け資料をよくお読み下さい。

編集発行：三菱UFJ信託銀行株式会社 投資企画部  
東京都千代田区丸の内1丁目4番5号 Tel.03-3212-1211（代表）